В. Я. РЫВИН

УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕАТРАЛЬНЫХ ДЕКОРАЦИЙ

В пособии рассмотрены вопросы теории и практики определения центров тяжести и устойчивости театральных декораций.

Пособие снабжено справочными материалами, позволяющими выполнять самостоятельные задания и практические расчеты на устойчивость театральных декораций и проектные проработки при создании сценических эффектов.

Рецензенты:

заведующий кафедрой инженерно-строительных дисциплин
института архитектуры, живописи и скульптуры им. И. Е. Репина
П. Ф. ПАНФИЛОВ,

кандидат технических наук В. М. ГАВРИЛОВ,

главный специалист механико-технологического отдела
института «Гипротеатр» П. Г. МАЗИЯ,

заведующий художественно-постановочной частью
Лен. гос. акад. театра оперы и балета им. С. М. Кирова В. М. ШЕПОВАЛОВ

Рисунок на обложке *Э. Капелюша*
Рисунки в тексте *автора* и *А. Смирнова*

© ЛГИТМиК, 1987

ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие предназначено для студентов постановочных факультетов, изучающих театральную технику и технологию по специальности № 2216. Предлагаемая работа может оказаться полезным практическим пособием для всех занимающихся конструированием театральных декораций и другого нестандартного оборудования.

Тема «Определение центра тяжести театральных конструкций» изучается в середине I семестра, после изучения темы «Системы сил, произвольно расположенных на плоскости и в пространстве», выполнения домашнего упражнения и контрольных работ по теме «Опорные реакции балок».

Знание теоретических основ и практических методов определения центра тяжести (ЦТ) конструкций позволяет:

— находить ЦТ и центральные оси для поперечных сечений балок, составленных из любых сочетаний различных геометрических форм или прокатных профилей;

— быстро анализировать и решать практические вопросы устойчивости и закрепления театральных декораций любой сложности;

— создавать конструкции с использованием силы тяжести в различных трюках и сценических эффектах.

Навыки, приобретенные при разборе примеров и задач, а также самостоятельное выполнение упражнений и заданий по этой теме, развивает универсальное умение в пользовании ГОСТами и различными справочниками, что является надежной гарантией успешной работы при выполнении последующих, более усложненных задач в разработке театральных конструкций и другого нестандартного оборудования.

ГЛАВА I

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ РАЗЛИЧНЫХ ФИГУР И ТЕЛ

В теме «Системы сил, произвольно расположенных на плоскости и в пространстве» была рассмотрена общая методика определения равнодействующей силы и условия равновесия системы при любых количествах заданных сил и различных направлениях их действия. Эта методика может быть использована и для отдельных частных случаев.

§ 1. *Понятие о центре параллельных сил*

Рассмотрим действие двух параллельных сил P_1 и P_2, приложенных в точках A и B и направленных в одну сторону. Нетрудно убедиться, что действие двух сил можно заменить равнодействующей силой, и для этого необходимо, как и для всякой другой силы, определить: точку ее приложения; направление действия; величину.

Если рассматривать систему двух параллельных сил как частный случай системы произвольных сил, то равнодействующая

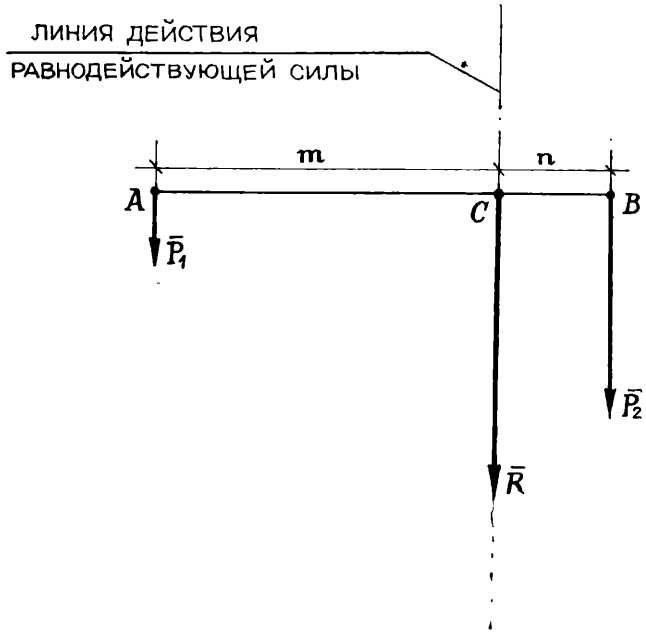


Рис. 1

двух параллельных сил, направленных в одну сторону, должна быть направлена в ту же сторону и равна их арифметической сумме. Таким образом, $R = P_1 + P_2$.

Теперь необходимо определить точку ее приложения или хотя бы сначала линию действия равнодействующей. Предположим, что линия действия равнодействующей (рис. 1) пересекает линию AB между заданными силами в точке C. При этом положение точки C еще надо определить.

Из предыдущей темы известно, что момент равнодействующей относительно точки C должен быть равен нулю. В то же время, по теореме Вариньона, момент равнодействующей должен быть

равен алгебраической сумме моментов слагаемых сил относительно той же точки:

$$M_C(R) = M_C(P_1) + M_C(P_2) = -P_1AC + P_2BC = 0$$

или

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{AC}{BC} = \frac{m}{n},$$

где $m+n=AB$,

т. е. линия действия равнодействующей делит расстояние между заданными силами (линию AB) на отрезки обратно пропорциональные величинам этих сил.

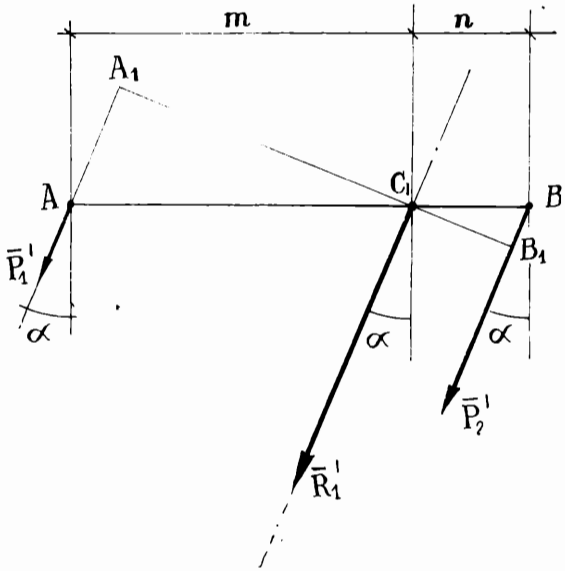


Рис. 2

Равнодействующая R может быть приложена по линии ее действия в любой точке, но среди этих точек есть только одна точка C, которая обладает замечательным свойством не изменять своего положения при повороте заданных сил на один и тот же угол в одном и том же направлении. Эта точка C называется центром параллельных сил.

Рассмотрим доказательство этого важного для практических расчетов вывода. Повернем силы P_1 и P_2 на угол α, сохраняя их параллельность и для сил P_1' и P_2', определим равнодействующую R' и точку ее приложения — пересечение с прямой $A'B'$ в точке C' (рис. 2).

Линия действия равнодействующей R' определится отношением

$$\frac{A'C'}{B'C'} = \frac{P'_2}{P'_1}, \text{ но } P'_2 = P_2, \text{ а } P'_1 = P_1.$$

Из подобия треугольников AA_1C_1 и BB_1C_1:

$$\frac{A'C'}{B'C'} = \frac{AC'}{BC'} \text{ или } \frac{AC'}{BC'} = \frac{m}{n},$$

т. е. положение точки C′ определяется той же пропорцией, что в предыдущем случае (рис. 1), а это означает, что точка C остается в прежнем положении при повороте двух параллельных сил на один и тот же угол в одном и том же направлении.

§ 2. *Определение координат центра параллельных сил*

Определим центр параллельных сил при нескольких параллельных силах P_1, P_2, $P_3 \ldots P_n$ и заданных координатах приложения этих сил x_1, x_2, $x_3 \ldots x_n$ и y_1, y_2, $y_3 \ldots y_n$, принятых для упрощения расчетов в одной плоскости, в системе прямоугольных координат. Причем одна из осей (например, ось Oy) направлена параллельно заданным силам. Координаты точек приложения рас-

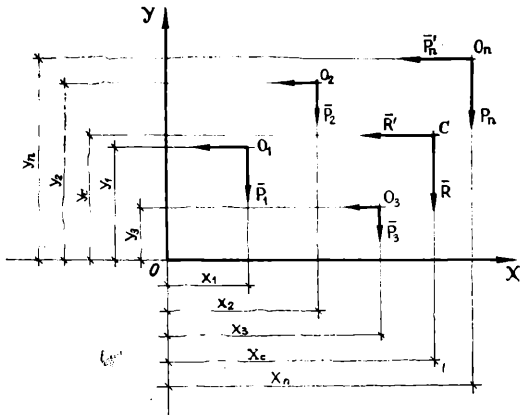


Рис. 3

сматриваемых сил приведены на рис. 3. На этом же рисунке нанесен также центр параллельных сил — точка C с координатами x_C и y_C, которые нужно определить.

Величина равнодействующей численно равна арифметической сумме слагаемых сил:

$$R = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + P_n = \sum_1^n P_i$$

и направлена в сторону заданных сил

Для определения координат центра параллельных сил применим теорему Вариньона. За центр моментов возьмем начало координат O.

Тогда

$$Rx_C = P_1x_1 + P_2x_2 + P_3x_3 + \ldots + P_nx_n = \sum_1^n P_ix_i,$$

откуда

$$x_C = \frac{P_1x_1 + P_2x_2 + P_3x_3 + \ldots + P_nx_n}{P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + P_n} = \frac{\Sigma P_ix_i}{\Sigma P_i}. \quad (1)$$

Так как центр параллельных сил не меняет своего положения при повороте всех сил на один и тот же угол в одном и том же направлении, то повернем все силы так, чтобы они стали параллельны оси Ox. По аналогии с предыдущим выводом можно определить ординату центра параллельных сил y_C:

$$y_C = \frac{P_1y_1 + P_2y_2 + P_3y_3 + \ldots + P_ny_n}{P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + P_n} = \frac{\Sigma P_iy_i}{\Sigma P_i}. \quad (2)$$

При пространственной системе сил можно вывести формулу для координаты z_C:

$$z_C = \frac{P_1z_1 + P_2z_2 + P_3z_3 \ldots + P_nz_n}{P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + P_n} = \frac{\Sigma P_iz_i}{\Sigma P_i}. \quad (3)$$

Таким образом, формулы 1, 2, 3 определяют координаты центра системы параллельных сил. В числителе их правой части стоит сумма моментов сил, а в знаменателе — равнодействующая заданной системы параллельных сил.

Ежели все заданные силы направлены в одну сторону, знак момента каждой силы определяется знаком соответствующей координаты точки ее приложения; если силы направлены в разные стороны, то следует придерживаться алгебраических правил учета знаков сомножителей.

Изложенная выше теория определения центра параллельных сил применима к определению ЦТ тел.

§ 3. *Понятие о центре тяжести тела. Определение центра тяжести твердых тел, составленных из разнородных и однородных материалов*

Все предметы и тела на Земле подвергаются воздействию различных по своим характерам сил. Даже в тех случаях, когда кажется, что на конструкцию не действуют внешние нагрузки, например, отдельно стоящая на планшете сцены декорационная стенка, — все равно такая конструкция будет находиться под воздействием силы притяжения Земли, т. е. на стенку действует ее сила тяжести.

Величина этой силы непостоянна и зависит от массы самого тела и в земных условиях — от расстояния от этого тела до центра Земли. Закон всемирного тяготения, сформулированный Ньютоном, показал, что силы притяжения (гравитации) умень-

Задание. Определить расстояние между точками А и В, расположенными на поверхности Земли, с учетом угла сходимости между линиями действия сил P_1 и P_2, приложенных в этих точках. Радиус Земли принять 6370 км.

Решение. 1. Составляем расчетную схему и проставляем буквенные обозначения величин:

ℓ – расстояние между точками А и В на поверхности Земли, м.;

$R_з$ – радиус Земли, $6{,}37 \times 10^3$ км.;

γ – угол сходимости между линиями действия заданных сил.

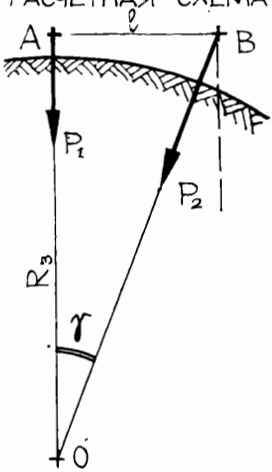
2. Определяем зависимость между искомым и исходными данными:

$$tg\,\gamma = \frac{AB}{OA} = \frac{\ell}{R_з};$$

$$\ell = R_з \times tg\,\gamma = 6{,}37 \times 10^6 \times tg\,\gamma \text{ [м]}.$$

3. Задаем различные значения углов сходимости линий действия сил и все расчеты сводим в таблицу.

Расчетная схема



γ	$tg\,\gamma$	ℓ, м	Примечания
10" 30" 1'00"	$0{,}4848 \times 10^{-6}$ $0{,}1454 \times 10^{-4}$ $0{,}2909 \times 10^{-3}$	3,09 92,6 1850,0	Тригонометрические значения тангенсов углов приняты по „Шестизначным таблицам тригонометрических функций" Л.С. Хренова (изд. „Наука" М. 1978)
3'00" 6'00" 30'00"	$0{,}8 \times 10^{-3}$ $0{,}17 \times 10^{-2}$ $0{,}87 \times 10^{-2}$	5100 10800 55400	Тригонометрические значения тангенсов углов приняты по „Четырёхзначным математическим таблицам" В. Брадиса для средней школы.
1°00'00"	$1{,}75 \times 10^{-2}$	111500	

4. Выводы и заключение: При небольших расстояниях между силами их линии действия можно считать параллельными друг другу.

Рис. 4

шаются пропорционально квадрату расстояния от тела до центра Земли. Поэтому тело на поверхности Земли (например, на широте Ленинграда, где радиус Земли составляет 6370 км; заметим, что у экватора 6380 км, а у полюса — 6360) может весить 1 даН. Если тело поднять на 400 км над поверхностью Земли, то оно будет весить уже 0,9 даН из-за удаления от центра Земли на 6800 км ($6370+400=6770\approx6800$ км). С увеличением высоты над Землей вес тела будет уменьшаться из-за ослабления силы притяжения вплоть до наступления невесомости.

Естественно, что силы тяжести направлены к центру Земли, т. е. линии действия этих сил сходятся вблизи геометрического центра земного шара. Учитывая, что рассматриваемые тела, в том числе и театральные конструкции, неизмеримо меньше радиуса Земли, можно силы веса различных конструкций считать практически параллельными друг другу. Возможности такого упрощения подтверждаются расчетами и выводами, приведенными на рис. 4.

Сложив силы тяжести всех элементарных частиц тела или отдельных частей конструкции, получим их равнодействующую $G=\Sigma g_i$, называемую силой тяжести, или весом тела.

Точка С, через которую проходит линия действия равнодействующей силы тяжести всех элементарных частиц тела при любом его положении в пространстве, называется ЦТ тела. Итак, ЦТ тела обладает свойством центра параллельных сил и занимает относительно всех элементарных частиц тела неизменное положение, и для его определения можно использовать формулы координат центра параллельных сил.

Положение ЦТ тела зависит только от формы тела и распределения в нем материальных частиц. Кроме того ЦТ есть геометрическая точка, которая может находиться и вне тела (кольцо, бублик, полый овал, мяч и т. п.).

Пример. На существующую прямоугольную фурку весом $P_1\approx\approx500$ даН с координатами ЦТ $x_1=1{,}10$ м, $y_1=2{,}50$ м; $z_1=0{,}30$ м необходимо установить декорацию весом $P_2=200$ даН с координатами ЦТ, принятыми в той же системе, $x_2=0{,}75$ м; $y_2=2{,}15$ м; $z_2=3{,}80$ м. Определить положение ЦТ всей конструкции в новых условиях.

Решение. По формулам 1, 2, 3 имеем:

$$x_C=\frac{P_1x_1+P_2x_2}{P_1+P_2}=\frac{500\times1{,}10+200\times0{,}75}{500+200}=\frac{700}{700}=1{,}00\text{ м.}$$

$$y_C=\frac{P_1y_1+P_2y_2}{P_1+P_2}=\frac{500\times2{,}50+200\times2{,}15}{500+200}=\frac{1680}{700}=2{,}40\text{ м;}$$

$$z_C=\frac{P_1z_1+P_2z_2}{P_1+P_2}=\frac{500\times0{,}3+200\times3{,}80}{500+200}=\frac{910}{700}=1{,}30\text{ м.}$$

Итак, установка декорации на фурке при заданных условиях приводит к незначительному смещению ЦТ всей конструкции в

горизонтальной плоскости (на 14,1 см к началу координат, потому что по осям x и y перемещение составит по 10 см) и переносу его по вертикали по оси z на 1,0 м.

От студентов постановочного факультета требуется не только понимание общей теории и принципа нахождения ЦТ декораций, но и овладение практическими приемами и твердыми навыками в его определении в самых различных производственных условиях.

В дальнейшем рассматривается порядок определения ЦТ в случаях, когда конструкции выполнены из разнородных и одно-

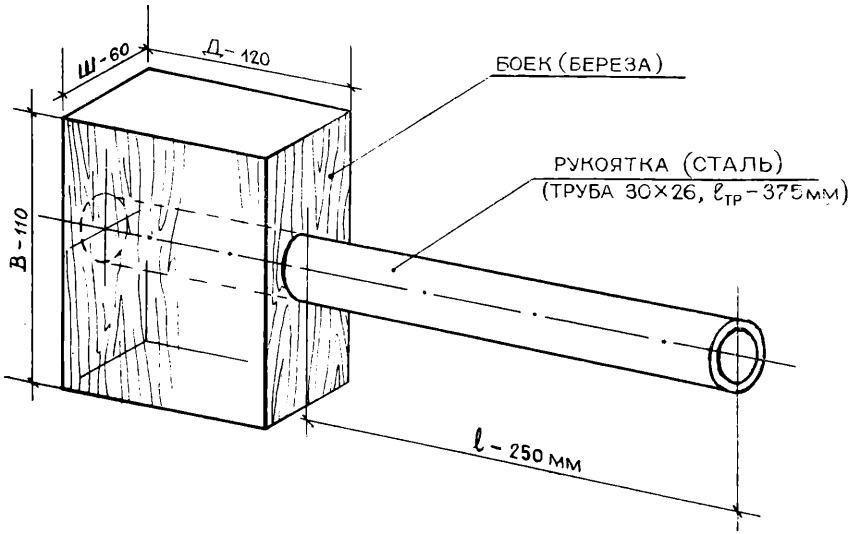


Рис. 5

родных материалов и представляют собой объемы, поверхности или линии. Такое последовательное рассмотрение диктуется еще и тем обстоятельством, что при этом общие формулы определения ЦТ видоизменяются, упрощаются. Для некоторых объемов, поверхностей и линий данные о расположении их ЦТ имеются в справочниках.

Если конструкция составлена из разнородных материалов, то для определения ЦТ ее необходимо знать вес и координаты ЦТ каждой составляющей части.

Пример. Определить координаты ЦТ киянки (деревянного молотка); габаритные размеры киянки приведены на рис. 5.

Решение. Общий ЦТ инструмента расположится на оси симметрии, так же, как и ЦТ отдельных частей:

1. бойка из березы (плотность дерева 0,65 г/см^3) размером 12,0×6,0×11,0 см;

2. рукоятки из стальной трубы (плотность стали 7,85 г/см^3) размерами 3,0×2,6×37,5 см.

Объем бойка

$$V_1 = ДШВ - \frac{\pi d^2}{4} Д = 11{,}0 \times 12{,}0 \times 6{,}0 - \frac{3{,}14 \times 3{,}0^2}{4} \times 12 =$$

$$= 792 - 84{,}8 = 707{,}2 \text{ см}^3;$$

объем рукоятки

$$V_2 = \frac{\pi (d^2_{нар.} - d^2_{внутр.})}{4} l_{тр.} = \frac{3{,}14\ (3{,}0^2 - 2{,}6^2)}{4} \times 37{,}5 = 0{,}785\,(9{,}0 - 6{,}76) \times$$

$$\times 37{,}5 = 67 \text{ см}^3;$$

вес бойка $G_1 = \rho_1 V_1 = 0{,}65 \times 707{,}2 = 460$ г $= 0{,}46$ даН;

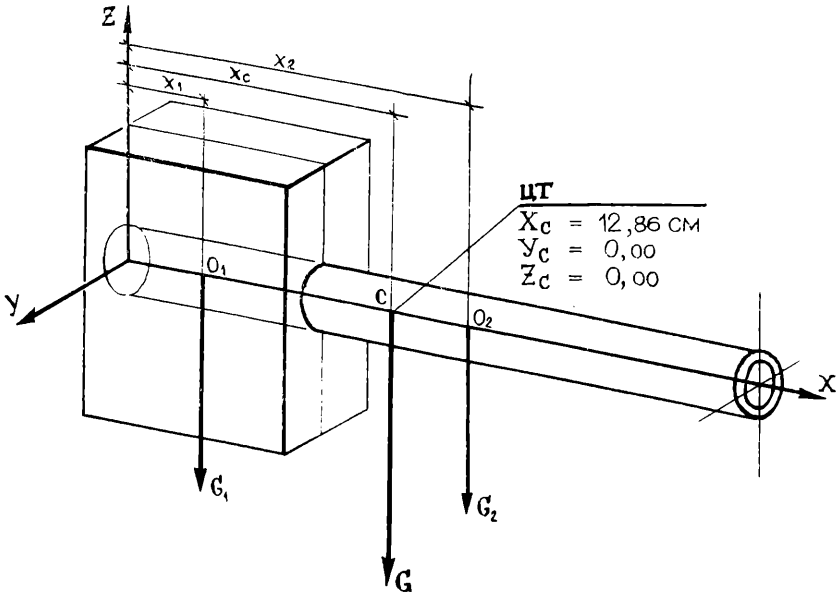


Рис. 6

вес рукоятки $G_2 = \rho_2 V_2 = 7{,}85 \times 67{,}0 = 520$ г $= 0{,}52$ даН.

Проведем оси координат x, y, z. Тогда ордината ЦТ бойка

$$x_1 = \frac{Д}{2} = \frac{12{,}0}{2} = 6{,}0 \text{ см}; \quad y_1 = 0; \quad z_1 = 0;$$

ордината ЦТ рукоятки

$$x_2 = \frac{l_{тр.}}{2} = \frac{37{,}5}{2} = 18{,}8 \text{ см}; \quad y_2 = 0; \quad z_2 = 0.$$

По формуле (1) определяем ЦТ инструмента и наносим на схему (рис. 6):

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} G_i x_i}{\Sigma G_i} = \frac{6{,}0 \times 0{,}46 + 18{,}8 \times 0{,}52}{0{,}46 + 0{,}52} = \frac{12{,}86}{0{,}98} = 12{,}8 \text{ см};$$

$$y_C = 0; \quad z_C = 0.$$